$1^{\text{ère}}$ - Corrigé d'exercices sur les suites

Exercice 4 de la fiche 2A

Avec la calculatrice, on trouve : $a_5 \simeq 6{,}899$

Fiche 2D - Ex 55 page 34

1. **a)** Voici une fonction possible :

```
from math import *

def terme_u(n):
    u=2200
    for i in range(1,n+1):
        u=0.5*u+100
    return u
```

b) Les vingt premiers termes de la suite (u_n)

```
[2200, 1200.0, 700.0, 450.0, 325.0, 262.5, 231.25, 215.625, 207.8125, 203.90625,
 201.953125, 200.9765625, 200.48828125, 200.244140625, 200.1220703125, 200.06103
515625, 200.030517578125, 200.0152587890625, 200.00762939453125, 200.00381469726
562]
```

2. Voici une fonction possible ainsi que la liste des vingt premiers termes de (v_n).

```
def terme_v(n):
    u=2200
    for i in range(1,n+1):
        u=0.5*u+100
        v=u-200
    return v
```

```
[2000, 1000.0, 500.0, 250.0, 125.0, 62.5, 31.25, 15.625, 7.8125, 3.90625, 1.9531
25, 0.9765625, 0.48828125, 0.244140625, 0.1220703125, 0.06103515625, 0.030517578
125, 0.0152587890625, 0.00762939453125, 0.003814697265625]
```

3. Il semble que la suite (v_n) soit géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

4. Pour tout entier naturel n : $v_{n+1} = u_{n+1} - 200$.

Donc, $v_{n+1} = (0{,}5u_n + 100) - 200$

$= 0{,}5\, u_n - 100$

Or, $v_n = u_n - 200$, donc $u_n = v_n + 200$.

Nous avons donc : $v_{n+1} = 0{,}5\,(v_n + 200) - 100$.

Soit : $v_{n+1} = 0{,}5v_n + 100 - 100$ et finalement : $v_{n+1} = 0{,}5v_n$.

Nous pouvons en conclure que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0{,}5$.

5. Par théorème : $v_n = v_0 \times q^n$.

Or, $v_0 = u_0 - 200$, donc $v_0 = 2000$ et donc : $\forall n \in \mathbb{N} : v_n = 2000 \times 0{,}5^n$.

Sachant que $u_n = v_n + 200$, nous avons $\boxed{\forall n \in \mathbb{N} : u_n = 2000 \times 0{,}5^n + 200}$

Fiche 2E - Exercice 49 page 34

1. Nous avons $w_n = u_n + v_n$.

Donc : $w_n = u_n + v_n$, donc $w_n = \dfrac{3 \times 2^n - 4n + 3}{2} + \dfrac{3 \times 2^n + 4n - 3}{2}$.

Ainsi : $w_n = \dfrac{6 \times 2^n}{2}$ et donc : $w_n = 3 \times 2^n$.

Nous avons donc : $w_{n+1} = 3 \times 2^{n+1}$, donc $w_{n+1} = 3 \times 2^n \times 2$.

Nous en concluons que $w_{n+1} = 2 \times w_n$.

La suite (w_n) est donc une suite géométrique de raison $q = 2$.

Enfin $w_0 = 3 \times 2^0$, donc $w_0 = 3$.

Il faut supprimer la question sur le sens de variations que nous traiterons plus tard dans l'année.

2. De même, nous avons : $t_n = u_n - v_n$, donc $t_n = \dfrac{3 \times 2^n - 4n + 3}{2} - \dfrac{3 \times 2^n + 4n - 3}{2}$.

Ainsi : $t_n = \dfrac{-8n + 6}{2}$ et donc : $t_n = -4n + 3$.

Nous avons donc : $t_{n+1} = -4(n + 1) + 3$, soit : $t_{n+1} = -4n - 1$.

Il s'ensuit que $t_{n+1} - t_n = (-4n - 1) - (-4n + 3)$.

Nous en concluons que $t_{n+1} - t_n = -4$.

La suite (t_n) est donc une suite arithmétique de raison $r = -4$.

Enfin $t_0 = -4 \times 0 + 3$, donc : $t_0 = 3$.

Fiche 2E - Exercice 68 page 36

Appelons u_n le nombre d'allumettes du $n^{\text{ème}}$ paquets.
Nous avons $u_1 = 1$ et compte tenu de la consigne, la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = 2$.
Si u_k est le nombre d'allumettes du dernier paquet, alors $u_1 + u_2 + \ldots + u_k = 196$, car il reste 4 allumettes non utilisées sur les 200 allumettes.
Le problème consiste à trouver la valeur de l'entier k.
Nous avons : $u_1 + (u_1 + r) + (u_1 + 2r) + \ldots + (u_1 + (k - 1)r) = 196$.
Soit : $k \times u_1 + r(1+2+3+\ldots+(k-1)) = 196$, ce qui équivaut à : $k \times 1 + 2 \times \dfrac{(k-1)k}{2} = 196$.
Nous obtenons : $k + (k - 1)k = 196$, c'est-à-dire : $k^2 = 196$.
k est un entier positif, donc $k = \sqrt{196}$, soit $k = 14$.
Il y a donc $\boxed{\text{14 paquets d'allumettes}}$.